

Resolución simultánea de los problemas de asignación, ruteo y scheduling del transporte de troncos

Luciana Melchiori^{1,2,4}[0000-0003-1993-4113], Graciela Nasini^{3,4}[0000-0002-2312-4925], Jorge Montagna^{1,4}[0000-0002-3337-6907] y Gabriela Corsano^{1,2,4}[0000-0002-0235-4262]

¹Instituto de Desarrollo y Diseño (INGAR, CONICET-UTN), Avellaneda 3657,
(S3002GJC) Santa Fe, Argentina

²Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral, Santiago del Estero 2829,
Santa Fe, Argentina

³Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario,
Rosario, Argentina

nasini@fceia.unr.edu.ar

⁴CONICET - Argentina

{lmelchiori,montana,gcorsano}@santafe-conicet.gov.ar

Resumen. En el presente trabajo se propone un modelo de Programación Lineal Entera para el Problema de Transporte de Troncos en la industria forestal. El objetivo es generar y sincronizar las rutas de los camiones involucrados a un costo mínimo, mientras se garantiza el suministro de materia prima a las plantas implicadas. Por lo general, teniendo en cuenta las características del problema, las decisiones relacionadas con el transporte de troncos (asignación, ruteo y scheduling) usualmente se desacoplan recurriendo a diferentes estrategias de descomposición. Estos enfoques conducen a soluciones subóptimas. A diferencia de estos modelos previos, en este trabajo estas decisiones se formulan y resuelven simultáneamente. Se analiza la performance del enfoque propuesto a través de la resolución de un caso de estudio.

Palabras clave: Scheduling, Industria Forestal, Ruteo, Programación Matemática, Optimización Combinatoria.

1 Introducción

En la industria forestal, los costos asociados al transporte de troncos (materia prima) para su distribución desde los puntos de suministro (frentes de cosecha) a las diferentes industrias que los requieren (plantas), representan uno de los factores de mayor impacto en el costo global. Por lo tanto, planificar de forma adecuada las operaciones de transporte para realizarlas más eficientemente, constituye un ahorro considerable para las empresas del sector.

En este trabajo se aborda el Problema de Planificación en el Transporte de Troncos (LTSP, por sus siglas en inglés Log Transportation Scheduling Problem) que abarca las decisiones sobre asignación de materia prima (determinar los frentes de cosecha que satisfacen los requerimientos de las plantas considerando la disponibilidad y demanda de los distintos materiales involucrados), ruteo (tamaño de la flota de camiones, generación de rutas, asignación de las rutas a los camiones) y horarios (planificación de los arribos y partidas de los camiones a los frentes de cosecha y las plantas).

Para llevar a cabo el transporte hay disponible una flota de camiones, que puede o no ser homogénea en lo que respecta a las características relevantes para el transporte (por ejemplo, capacidad, tipos de materia prima que permite transportar, consumo de combustible, conjunto de sitios no permitidos o imposibles de visitar, etc.). Los camiones se distribuyen en un conjunto de bases regionales. Una ruta comienza y termina en la base de operaciones del camión y debe satisfacer diferentes limitaciones de tiempo, como la disponibilidad de horas de trabajo del conductor, el horario de comienzo de operaciones en la base regional, etc. Los puntos de oferta y demanda de material tienen ventanas de tiempo durante las cuales están en operación para recibir camiones. Además, los frentes de cosecha y las plantas cuentan con un único equipo de carga y descarga, respectivamente, y por lo tanto, si al llegar un camión el equipo está en uso, deberá esperar para realizar la operación, produciéndose tiempos improductivos. Por tal motivo, las llegadas de los camiones a los frentes de cosecha y las plantas deben sincronizarse para organizar las jornadas con la menor cantidad de tiempo de inactividad. Además, los sitios de oferta y demanda se pueden visitar más de una vez (la disponibilidad de materia prima en los puntos de suministro generalmente supera la capacidad de carga en los vehículos, así como las demandas de las industrias).

Por lo tanto, el LTSP involucra muchas decisiones complejas, que incluyen una gran cantidad de camiones, nodos de oferta y demanda con ventanas de tiempo, diferentes tipos de materia prima de acuerdo a las oferta de cada frente de cosecha y a los requerimientos de cada planta (en principio, en base al diámetro y largo de los troncos), y aspectos legales, entre otros. Así, el desarrollo de una herramienta capaz de representar y resolver este problema de manera eficiente y en un corto tiempo de cómputo, supone un desafío relevante para la industria forestal.

Este problema fue ampliamente abordado en la literatura, y los enfoques de solución más utilizados se refieren a metodologías heurísticas o enfoques de descomposición porque la naturaleza combinatoria de las formulaciones dificulta el proceso de solución. Algunos de estos trabajos enmarcados en la industria forestal son [1], [2], [3], [4] y [5], entre otros. Particularmente, en [6] los autores proponen un enfoque exacto para resolver los problemas simultáneos de asignación de materia prima, ruteo y scheduling en la industria forestal a través de un modelo de programación lineal mixto entero, pero tuvieron que recurrir a una descomposición del mismo porque el modelo general no fue capaz de alcanzar una solución factible en un tiempo de cómputo razonable para instancias de gran tamaño.

En el presente trabajo se propone un enfoque que resuelve de manera exacta el LTSP a través de un modelo de Programación Lineal Entera (PLE) considerando los problemas de asignación, ruteo y planificación horaria de manera detallada e integra-

da. El problema considerado en este trabajo coincide con el que se abarca en [6] pero, a diferencia de este, el enfoque para la construcción del modelo es diferente y, en general, permite obtener buenos resultados para escenarios de gran escala de la vida real.

En la siguiente sección, se describe el problema a modelar. En la Sección 3 se presenta el modelo matemático propuesto. En la sección 4 se considera una instancia del LTSP para exponer la performance y capacidades del modelo. Finalmente, en la última sección, se presentan las conclusiones.

2 Descripción del problema

Se considera un conjunto de frentes de cosecha F que proveen distintas materias primas $m \in M$ a un conjunto de plantas P . Las diferentes materias primas consideradas se diferencian básicamente por el largo y el diámetro de los troncos. Así, cada frente de cosecha dispone de distintos materiales dependiendo del modo en que se han cortado los fustes una vez talados, y las plantas demandan distintos recursos de acuerdo al tipo de producto que deben elaborar. Para cada $f \in F$, $p \in P$ y $m \in M$, se denota con $OF_{f,m}$ a la cantidad de materia prima m que oferta el frente f y con $DEM_{p,m}$ a la cantidad de materia prima m que demanda la planta p , ambas expresadas en el número de cargas completas de camiones. Se asume en esta formulación una flota homogénea de camiones, o sea que todos los vehículos son similares y pueden transportar una carga del mismo peso. Por lo tanto, resulta razonable plantear que tanto las disponibilidades en los frentes de cosecha como las demandas en las plantas para todos los materiales considerados se expresen en unidades de cargas completas de un camión. Por otro lado, para cada $m \in M$, se indica con F_m y P_m a los subconjuntos de F y P que ofertan y demandan la materia prima m , respectivamente.

La flota de camiones C está distribuida en un conjunto de bases regionales B . Para cada base $b \in B$, se denota por C_b al conjunto de camiones que pertenecen a la base b . Cada camión $c \in C_b$ comienza y termina su ruta en la base regional b y puede salir de esta durante el intervalo de tiempo permitido $[SAW_b, EAW_b]$.

Se considera cada ruta como una sucesión de viajes. Se definen cuatro tipos de viajes:

- i. El viaje de partida de cada camión desde su base regional hacia un frente de cosecha que realiza descargado.
- ii. Los viajes desde frentes de cosecha donde cada camión recoge materia prima y se dirige hacia una planta que la demanda.
- iii. Los viajes en los que, desde una planta, el camión se dirige descargado hacia un frente de cosecha para cargar nuevamente materia prima.
- iv. El último viaje de cada camión en el cual este regresa descargado desde una planta a su base regional.

Por cuestiones legales, el tiempo que cada camión $c \in C$ destina a realizar su ruta no puede superar un determinado tiempo LRT_c . Además, debido a regulaciones en el transporte, los camiones pueden efectuar una cantidad limitada de viajes por día, $limNT$, sin importar si el camión dispone de tiempo para realizar más viajes. Cada

camión transporta a lo sumo un tipo de materia prima en cada viaje y con la carga completa.

Para cada $b \in B$, $f \in F$ y $p \in P$, $TBF_{b,f}$, $TFP_{f,p}$, $TPF_{p,f}$ y $TPB_{p,b}$ denotan, respectivamente, la duración (en minutos) del viaje desde la base b al frente de cosecha f (descargado), desde el frente de cosecha f hasta la planta p (cargado), desde la planta p hasta el frente de cosecha f (descargado) y desde la planta p hasta la base regional b (descargado).

Cada frente de cosecha f y cada planta p , permanecen abiertos durante los intervalos de tiempo $[OpeningF_f, CloseF_f]$ y $[OpeningP_p, CloseP_p]$, respectivamente, en los cuales los camiones pueden ser atendidos. Además, cada uno de éstos posee un único equipo que se encarga de la carga o descarga de los troncos, respectivamente. Los tiempos de carga en las áreas de cosecha ($Load_f$) y los tiempos de descarga en las plantas ($Unload_p$) son conocidos y no dependen del material considerado. Cuando un camión llega a un lugar, si el equipo que opera sobre el mismo está ocupado, el camión tiene que esperar hasta que esté disponible. Por tanto, una decisión clave es la de programar y sincronizar las llegadas de los camiones a cada nodo para minimizar superposiciones que generan tiempos de espera improductivos. Con el objetivo de evitar estos tiempos de espera en los frentes y las plantas, para cada $f \in F$ y $p \in P$, se fijan los tiempos máximos de espera permitidos WTF_f y WTP_p , respectivamente.

El costo total de transporte $TCOST$ que se busca minimizar es la suma de los costos de recorrer las rutas que realizan los camiones. Estos constan de dos partes: un costo fijo $Truck_c$ (en \$) por utilizar un camión c (puede interpretarse como el pago al chofer, y es independiente del número de viajes que realiza el camión y los kilómetros que recorre) y un costo variable que depende de los kilómetros recorridos por cada camión, si el camión se encuentra descargado o no en cada tramo, y las características de la carretera (tipo de pavimento, geografía, etc.). Así, para cada $b \in B$, $f \in F$ y $p \in P$, los parámetros $CBF_{b,f}$, $CFP_{f,p}$, $CPF_{p,f}$ y $CPB_{p,b}$ denotan, respectivamente, el costo (en \$) de realizar el viaje (descargado) desde la base regional b hasta el frente de cosecha f , desde el frente de cosecha f hasta la planta p (cargado), desde la planta p hasta el frente de cosecha f (descargado) y desde la planta p hasta la base regional b (descargado). Estos costos son proporcionales a la distancia entre cada par de sitios.

Sobre esta base, el problema consiste en determinar:

- Qué frente de cosecha abastece a cada planta con la correspondiente materia prima requerida (*problema de asignación*).
- Qué ruta realiza cada camión (*problema de ruteo*).
- La programación de las llegadas de los camiones a cada frente de cosecha y la programación de las llegadas de los camiones a cada planta (*problema de scheduling*).

3 Enfoque propuesto

En este trabajo, los intervalos de tiempo de operación de cada frente de cosecha y cada planta se dividen en turnos de carga y descarga, respectivamente. La duración de

los turnos depende del equipo disponible en cada nodo para estas tareas. Concretamente, para cada $f \in F$, el intervalo $[OpeningF_f, CloseF_f]$ se particiona en una sucesión de turnos $\{i_1, i_2, \dots\}$ de duración $Load_f$. Para cada i , denotamos con $SFI_{f,i}$ a la hora de inicio del turno i y con $EFI_{f,i}$ a la hora de finalización del mismo. De manera análoga, para cada planta p , se divide el intervalo $[OpeningP_p, CloseP_p]$ en una sucesión de turnos $\{l_1, l_2, \dots\}$ de duración $Unload_p$. Para cada l , denotamos con $SPL_{p,l}$ a la hora de inicio del turno l y con $EPL_{p,l}$ a la hora de finalización del mismo.

En la Figura 1 se ilustra un ejemplo de la ruta de un camión que involucra dos frentes de cosecha f_1 y f_2 y una planta p . Ambos frentes de cosecha operan entre las 4 y las 16 horas y, el tiempo de carga es 30 minutos. Así, los tiempos de operación de los frentes se dividen en 24 turnos, i_1, i_2, \dots, i_{24} . Por otro lado, la planta p permanece abierta entre las 7 y las 16 horas y, como el tiempo para descargar camiones es 15 minutos, el tiempo de operación de p se divide en 36 turnos, l_1, l_2, \dots, l_{36} .

Como se puede observar en la figura, el camión arriba al frente f_2 desde su base (primer viaje) para asistir al turno i_{10} y cargar materia prima. Al finalizar este turno se dirige a la planta p (segundo viaje) a la cual llega mientras transcurre el turno l_{10} , por lo tanto debe esperar para ser atendido en el turno l_{11} . Una vez descargado, viaja hacia el frente de cosecha f_1 (tercer viaje) para cargar materia prima debiendo esperar para ser atendido en el turno i_{15} . A continuación, se dirige nuevamente a la planta (cuarto viaje), espera y descarga la materia prima en el turno l_{21} . Posteriormente, viaja hacia el frente f_2 (quinto viaje), carga materia prima en el turno i_{19} para luego descargar esta materia prima en la planta p (sexto viaje) en el turno l_{30} . Finalmente, una vez vacío regresa a su base (séptimo viaje).

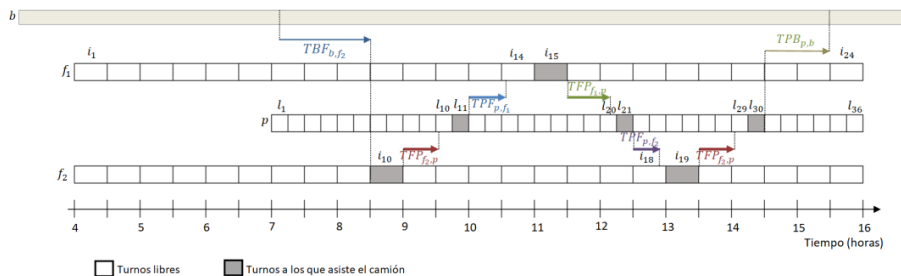


Figura 1. Ejemplo del empleo de turnos de carga y descarga en los frentes de cosecha y la planta, respectivamente, para generación de la ruta diaria de un camión maderero.

Turnos factibles

Debido a las limitaciones en el horario de salida de los camiones de las bases, los tiempos requeridos para transitar las distancias entre los nodos, los intervalos de tiempo de operación de los frentes y las plantas y los tiempos máximos de espera permitidos en los mismos, ciertos turnos de la discretización no pueden ser utilizados. Se definen entonces, para cada $f \in F$ y $p \in P$, los conjuntos de turnos factibles I_f y L_p como sigue.

6

Un turno i de f es factible, y se denota $i \in I_f$, si es posible arribar desde alguna base regional al frente f para asistir al turno i y además se puede visitar una planta p luego de finalizar el turno i , considerando el tiempo necesario para dirigirse desde f hacia p y el máximo tiempo de espera permitido en p .

Por otro lado, un turno l de p es factible, y se denota $l \in L_p$, si es posible asistir a este turno luego de visitar un frente de cosecha f considerando el tiempo necesario para dirigirse desde f hacia p y el máximo tiempo de espera permitido en p .

Relación entre turnos y viajes

Teniendo en cuenta las distancias entre los nodos y los horarios establecidos de los turnos, si un camión debe dirigirse desde un lugar a otro y asistir a un turno en este último nodo, el conjunto de turnos entre los que puede presentarse es más reducido que el conjunto de turnos factibles en este lugar. Por tal motivo, en función del tipo de viaje considerado, a continuación se definen los subconjuntos de I_f y L_p .

Viajes de partida

Para cada $b \in B$ y $f \in F$, se denota con $\Omega_{b,f}$ al conjunto de todos los turnos factibles de f a los que puede asistir un camión de b , considerando que estos solo pueden salir de la base en el intervalo de tiempo $[SAW_b, EAW_b]$. Luego, un turno $i \in I_f$ pertenece a este conjunto si verifica las desigualdades

$$SAW_b + TBF_{b,f} \leq SFI_{f,i} \quad (1)$$

y

$$SFI_{f,i} \leq EAW_b + TBF_{b,f} + WTF_f. \quad (2)$$

Viajes desde frentes de cosecha hacia plantas

Para cada $f \in F$ y $p \in P$, se define $\Delta_{f,p}$ como el conjunto de todos los pares de turnos (i,l) con $i \in I_f$ y $l \in L_p$ que verifican que el turno l puede visitarse luego de haber asistido al turno i . Por tanto, teniendo en cuenta el tiempo necesario para dirigirse desde f hacia p y el máximo tiempo de espera permitido en p , $(i,l) \in \Delta_{f,p}$ si se verifican las condiciones

$$EFI_{f,i} + TFP_{f,p} \leq SPL_{p,l} \quad (3)$$

y

$$SPL_{p,l} \leq EFI_{f,i} + TFP_{f,p} + WTP_p. \quad (4)$$

Viajes desde plantas hacia frentes de cosecha

Análogamente, para cada $p \in P$ y $f \in F$, se define $\Pi_{p,f}$ como el conjunto de todos los pares de turnos (l,i) con $l \in L_p$ e $i \in I_f$ que verifican que el turno i puede visitarse luego de haber asistido al turno l . Luego, $(l,i) \in \Pi_{p,f}$ si se verifican las condiciones

$$EPL_{p,l} + TPF_{p,f} \leq SFI_{f,i} \quad (5)$$

y

$$SFI_{f,i} \leq EPL_{p,l} + TPF_{p,f} + WTF_f. \quad (6)$$

3.1 Modelo matemático

A continuación, se presenta el modelo de PLE propuesto. Se define una variable de decisión (variable 0-1) por cada camión- trayecto- turnos- material, de la siguiente manera:

- $x_{c,f,i,m}$ toma el valor 1 si el camión c parte desde su base regional hacia el frente de cosecha f para cargar materia prima m en el turno i ; de lo contrario vale 0;
- $x_{c,f,i,p,l,m}$ toma el valor 1 si el camión c asiste al turno i en el frente de cosecha f para cargar materia prima m y se dirige luego a la planta p para ser descargado en el turno l ; de lo contrario vale 0;
- $x_{c,p,l,f,i,m}$ toma el valor 1 si el camión c parte de la planta p (vacío) al final del turno l y se dirige al frente de cosecha f para presentarse en el turno i y cargar materia prima m ; de lo contrario vale 0;
- $x_{c,p,l}$ toma el valor 1 si el camión c realiza su último viaje desde la planta p hacia su base regional al final del turno l ; de lo contrario vale 0.

En base a estas variables, el costo total de transporte $TCOST$ a minimizar se calcula como sigue:

$$\begin{aligned} TCOST = & \sum_{b \in B} \sum_{c \in C_b} \sum_{m \in M} \sum_{f \in F_m} \sum_{i \in \Omega_{b,f}} (Ctruck_c + CBF_{b,f}) x_{c,f,i,m} \\ & + \sum_{c \in C} \sum_{m \in M} \sum_{f \in F_m} \sum_{p \in P_m} \sum_{(i,l) \in \Delta_{f,p}} CFP_{f,p} x_{c,f,i,p,l,m} \\ & + \sum_{c \in C} \sum_{p \in P} \sum_{m \in M} \sum_{f \in F_m} \sum_{(l,i) \in \Pi_{p,f}} CPF_{p,f} x_{c,p,l,f,i,m} \\ & + \sum_{b \in B} \sum_{c \in C_b} \sum_{p \in P} \sum_{l \in L_p} CPB_{p,b} x_{c,p,l}. \end{aligned}$$

La restricción (7) indica que se asigne a los sumo una ruta a cada camión.

$$\sum_{m \in M} \sum_{f \in F_m} \sum_{i \in \Omega_{b,f}} x_{c,f,i,m} \leq 1, \quad \forall b \in B, c \in C_b \quad (7)$$

La restricción (8) impone, para cada materia prima m y cada frente $f \in F_m$, que la cantidad de viajes que van a recolectar esta materia prima a f no supere la oferta $OF_{f,m}$ mientras que la restricción (9) establece, para cada materia prima m y cada planta $p \in P_m$ que la demanda $DEM_{p,m}$ sea satisfecha.

$$\sum_{b \in B} \sum_{c \in C_b} \sum_{i \in \Omega_{b,f}} x_{c,f,i,m} + \sum_{c \in C} \sum_{p \in P} \sum_{(l,i) \in \Pi_{p,f}} x_{c,p,l,f,i,m} \leq OF_{f,m}, \quad (8)$$

$$\forall m \in M, f \in F_m$$

$$\sum_{c \in C} \sum_{f \in F_m} \sum_{(i,l) \in \Delta_{f,p}} x_{c,f,i,p,l,m} = DEM_{p,m}, \quad \forall m \in M, p \in P_m \quad (9)$$

La restricción (10) asegura que todo camión que deje su base debe regresar a ella.

$$\sum_{m \in M} \sum_{f \in F_m} \sum_{i \in \Omega_{b,f}} x_{c,f,i,m} = \sum_{p \in P} \sum_{l \in L_p} x_{c,p,l}, \quad \forall b \in B, c \in C_b \quad (10)$$

Las restricciones (11) y (12) son condiciones de conservación de flujo para cada turno. Más precisamente, la restricción (11) garantiza que si un camión sale de su base o parte de una planta para arribar a un frente y cargar materia prima en determinado turno i , entonces debe abandonar dicho frente al final del turno i , mientras que la restricción (12) establece que todo camión que arribe a una planta para descargar materia prima en un turno l debe abandonar esta planta al final del turno l para dirigirse a un frente o regresar a su base.

$$x_{c,f,i,m} + \sum_{p \in P} \sum_{l:(l,i) \in \Pi_{p,f}} x_{c,p,l,f,i,m} = \sum_{p \in P_m} \sum_{l:(i,l) \in \Delta_{f,p}} x_{c,f,i,p,l,m}, \quad (11)$$

$$\forall c \in C, m \in M, f \in F_m, i \in I_f$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{f \in F_m} \sum_{i:(i,l) \in \Delta_{f,p}} x_{c,f,i,p,l,m} = \sum_{m \in M} \sum_{f \in F_m} \sum_{i:(l,i) \in \Pi_{p,f}} x_{c,p,l,f,i,m} + x_{c,p,l}, \quad (12)$$

$$\forall c \in C, p \in P, l \in L_p$$

Las restricciones (13) y (14) aseguran que a lo sumo un camión asista a cada turno en los frentes y las plantas.

$$\sum_{m \in M} \sum_{b \in B: i \in \Omega_{b,f}} \sum_{c \in C_b} x_{c,f,i,m} + \sum_{m \in M} \sum_{c \in C} \sum_{p \in P} \sum_{l:(l,i) \in \Pi_{p,f}} x_{c,p,l,f,i,m} \leq 1, \quad (13)$$

$$\forall f \in F, i \in I_f$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{c \in C} \sum_{f \in F} \sum_{i:(i,l) \in \Delta_{f,p}} x_{c,f,i,p,l,m} \leq 1, \quad \forall p \in P, l \in L_p \quad (14)$$

Las restricción (15) establece que cada camión no puede realizar más de $limNT$ viajes.

$$\sum_{m \in M} \sum_{p \in P_m} \sum_{f \in F_m} \sum_{(l,i) \in \Pi_{p,f}} x_{c,p,l,f,i,m} \leq \left\lfloor \frac{\text{limNT} - 2}{2} \right\rfloor, \quad \forall c \in C \quad (15)$$

Finalmente, las restricción (16) asegura que la duración de cada ruta no supere el tiempo máximo permitido LRT_c . En este caso, las duración de la ruta se calcula como la diferencia entre la hora en que el camión regresa a su base y la hora en la que éste sale de la misma.

$$\sum_{p \in P} \sum_{l \in L_p} (EPL_{p,l} + TPB_{p,b}) x_{p,l,c} - \sum_{m \in M} \sum_{f \in F_m} \sum_{i \in \Omega_{b,f}} (SFI_{f,i} - TBF_{b,f}) x_{c,f,i,m} \leq LRT_c, \quad \forall b \in B, c \in C_b \quad (16)$$

4 Ejemplo

En esta sección se presenta un ejemplo que permite mostrar la capacidad de esta formulación como una herramienta práctica para la industria. Se considera una cadena de suministros compuesta por 2 bases regionales, 5 frentes de cosecha y 3 plantas, que ofertan y demandan dos tipos de materia prima. Se dispone de una flota de 8 camiones en cada base para transportar la demanda de 33 cargas completas. La descripción en detalle de la demanda de cada una de las plantas y oferta disponible en cada frente de cosecha se presenta en la Tabla 1. Las distancias entre los nodos involucrados se muestran en la Tabla 2.

Tabla 1. Cantidad de materia prima disponible y demandada (en cargas completas de camiones).

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	p_1	p_2	p_3
m_1	4	-	6	10	5	10	3	-
m_2	5	11	15	-	15	2	6	12

Se consideran los siguientes parámetros: el costo fijo de utilización del camión es de \$650; cada camión puede realizar un máximo de 7 viajes y cada ruta completa no puede exceder las 8 horas; la velocidad promedio del camión con y sin carga es igual a 55 y 65 km/h, respectivamente para todas las carreteras; los costos por kilómetro recorrido con y sin carga son de 25 y 15 \$/km, respectivamente para todas las carreteras. Así las constantes $CBF_{b,f}$, $CFP_{f,p}$, $CPF_{p,f}$ y $CPB_{p,b}$ se calculan como el producto de la distancia por el costo correspondiente por kilómetro recorrido con o sin carga, y las constantes $TBF_{b,f}$, $TFP_{f,p}$, $TPF_{p,f}$ y $TPB_{p,b}$, como el cociente entre la distancia entre los lugares que intervienen y la velocidad promedio del camión con o sin carga.

Tabla 2. Distancias (en kilómetros) entre los nodos involucrados.

	b_1	b_2	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
b_1	-	-	89	64	40	36	51
b_2	-	-	85	45	81	45	94
p_1	45	98	72	70	82	54	14
p_2	92	60	36	28	122	57	81
p_3	54	103	143	114	22	86	100

Los camiones pueden partir de sus bases entre las 2 y las 12 horas. Todos los frentes de cosecha permanecen abiertos desde las 4 hasta las 16 horas y los equipos cargadores disponibles en cada uno de estos lugares realizan su tarea en 30 minutos. Por otro lado, el horario de operación de las plantas es desde las 7 hasta las 16 horas y el recurso disponible en cada planta para descargar los camiones requiere 15 minutos por camión. Los tiempos máximos de espera permitidos en frentes de cosecha y plantas son 60 min y 45 minutos, respectivamente.

El ejemplo fue implementado en GAMS versión 24.7.4 y resuelto empleando el solver CPLEX 12.6.3, con un procesador Intel(R) Core(TM) i7-8700k, 3.20 GHz, RAM 16.0GB. El modelo consta de 4806 ecuaciones y 39792 variables binarias. La obtención de la solución óptima demandó un tiempo de CPU de 105.80 segundos y el valor de la función objetivo es igual a \$52875. En este caso se utilizan 11 camiones que realizan 7 viajes cada uno. En la Tabla 3 se presentan las rutas de la solución, el tiempo total requerido para cada una y el tiempo de espera total en cada caso. En la Figura 2, se ilustra el diagrama de Gantt de la solución óptima. Particularmente, la Figura 1, antes presentada, muestra la ruta del camión c_9 .

Para evaluar la performance del modelo presentado se realizaron pruebas computacionales con distintos escenarios, incluido el ejemplo expuesto anteriormente (el detalle de los resultados para estos casos no se muestra en este trabajo por cuestiones de espacio). En estos ejemplos la cantidad de camiones disponibles varía entre 15 y 50 y se consideran hasta 15 frentes de cosecha y 5 plantas con un total de 60 cargas de camiones demandas en el día de hasta 5 materias primas diferentes.

5 Conclusiones

En este trabajo se propone un modelo de PLE para resolver de forma exacta el problema de transporte de troncos en la industria forestal, minimizando el costo total de transporte. En la formulación propuesta aquí las decisiones de asignación de materia prima, ruteo de vehículos y scheduling de los mismos se toman de manera simultánea

Tabla 3. Descripción de las rutas de los camiones de la solución óptima.

Camión	Ruta	Duración ruta (h)	Tiempo de espera total (h)
c_1	$b_1 - f_4, i_6, m_1 - p_1, l_5, m_1 - f_5, i_{10}, m_1 - p_1, l_{11}, m_1 - f_4, i_{15}, m_1 - p_1, l_{23}, m_1 - b_1$	7.50	1.09
c_2	$b_1 - f_4, i_{10}, m_1 - p_1, l_{13}, m_1 - f_5, i_{14}, m_1 - p_1, l_{20}, m_1 - f_5, i_{18}, m_1 - p_1, l_{27}, m_1 - b_1$	6.50	1.34
c_3	$b_1 - f_3, i_4, m_2 - p_3, l_1, m_2 - f_3, i_9, m_2 - p_3, l_9, m_2 - f_3, i_{13}, m_2 - p_3, l_{18}, m_2 - b_1$	7.45	1.09
c_4	$b_1 - f_3, i_5, m_2 - p_3, l_3, m_2 - f_3, i_{11}, m_2 - p_3, l_{14}, m_2 - f_3, i_{15}, m_2 - p_3, l_{21}, m_2 - b_1$	7.70	0.74
c_5	$b_1 - f_4, i_3, m_1 - p_1, l_1, m_1 - f_5, i_8, m_2 - p_1, l_7, m_2 - f_5, i_{11}, m_2 - p_1, l_{14}, m_2 - b_1$	6.75	1.08
c_6	$b_1 - f_3, i_6, m_2 - p_3, l_4, m_2 - f_3, i_{10}, m_2 - p_3, l_{12}, m_2 - f_3, i_{14}, m_2 - p_3, l_{19}, m_2 - b_1$	6.70	1.87
c_7	$b_1 - f_3, i_8, m_2 - p_3, l_7, m_2 - f_3, i_{12}, m_2 - p_3, l_{16}, m_2 - f_3, i_{16}, m_2 - p_3, l_{25}, m_2 - b_1$	7.20	2.12
c_8	$b_1 - f_4, i_8, m_1 - p_1, l_9, m_1 - f_5, i_{12}, m_1 - p_1, l_{16}, m_1 - f_5, i_{16}, m_1 - p_1, l_{24}, m_1 - b_1$	6.75	1.33
c_9	$b_2 - f_2, i_{10}, m_2 - p_2, l_{12}, m_2 - f_1, i_{15}, m_1 - p_2, l_{22}, m_1 - f_2, i_{19}, m_2 - p_2, l_{30}, m_2 - b_2$	7.62	1.22
c_{11}	$b_2 - f_2, i_7, m_2 - p_2, l_6, m_2 - f_2, i_{11}, m_2 - p_2, l_{14}, m_2 - f_1, i_{16}, m_1 - p_2, l_{25}, m_1 - b_2$	7.87	1.62
c_{12}	$b_2 - f_2, i_8, m_2 - p_2, l_8, m_2 - f_2, i_{12}, m_2 - p_2, l_{17}, m_2 - f_1, i_{17}, m_1 - p_2, l_{26}, m_1 - b_2$	7.62	1.32

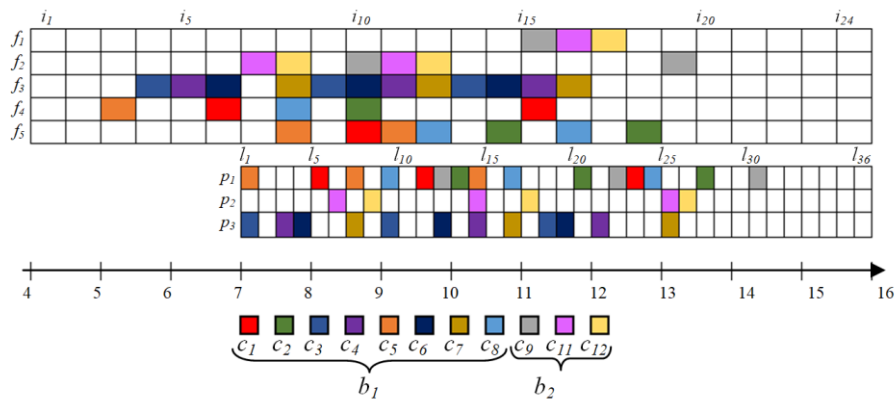


Figura 2. Diagrama de Gantt de la solución óptima.

diferenciando este enfoque de los que se encuentran en la literatura donde usualmente se desacoplan recurriendo a diferentes estrategias de descomposición.

La solución de modelo proporciona la planificación detallada del transporte diario, es decir, las rutas específicas para los vehículos involucrados con los horarios de arribo y partida desde cada nodo involucrado. Se concluye que la performance de esta formulación es razonable pues permite obtener soluciones con gaps de optimalidad despreciables en tiempos de cómputo reducidos. Así se provee una herramienta potente e importante para la planificación del transporte de troncos en la industria forestal.

Referencias

1. Palmgren M, Ronnqvist M, Varbrand P (2004) A near-exact method for solving the log-truck scheduling problem. *Int. Trans. Oper. Res.* 11: 447–464.
2. Gronalt M, Hirsch P (2007) Log-truck scheduling with a tabu search strategy. *Metaheuristics. Springer, Boston, MA.* 65-88.
3. Flisberg P, Lidén B, Rönnqvist M (2009) A hybrid method based on linear programming and tabu search for routing of logging trucks. *Computers & Operations Research.* 36(4): 1122-1144.
4. Rix G, Rousseau LM, Pesant G (2014) A column generation algorithm for tactical timber transportation planning. *J. Oper. Res. Soc.* 66: 278–287.
5. Shi Y, Zhou Y, Ye W, Zhao QQ (2020) A relative robust optimization for a vehicle routing problem with time-window and synchronized visits considering greenhouse gas emissions. *Journal of Cleaner Production* 275: 124112 – 124136.
6. Bordón M, Montagna M, Corsano G (2020) Mixed integer linear programming approaches for solving the raw material allocation, routing and scheduling problems in the forest industry. *International Journal of Industrial Engineering Computations* 11: 525 – 548.